

FERRAMENTAS DE CÁLCULO

VETORES

"Quando a soma de 2 + 2 pode até ser 4 !"

GRANDEZAS VETORIAIS - São aquelas que ficam perfeitamente determinadas quando conhecemos seu módulo, direção e sentido.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UM VETOR - Gráficamente os vetores são representados por setas

DEFINIÇÃO GEOMÉTRICA DE UM VETOR - Vetor é um segmento de reta orientado. Possui módulo ou intensidade, direção, e sentido.

DIREÇÃO: A mesma da reta a qual pertence o segmento.

SENTIDO: Para onde aponta a flecha (A para B)

INTENSIDADE: Proporcional ao comprimento do vetor

VETOR OPOSTO - O vetor oposto a um dado vetor A é um vetor com mesma direção e módulo, porém de sentido contrário (inverso) ao de A.

OPERAÇÕES COM VETORES

ADICÃO DE VETORES (métodos gráficos)

Representação vetorial $S = A + B$

REGRA DO POLÍGONO: A soma de dois ou mais vetores pode ser obtida graficamente unindo-se a extremidade de um a origem do outro, até ligarmos todos os vetores que desejamos somar.

A resultante é obtida ligando-se o origem do primeiro vetor à extremidade do último que desejamos somar.

REGRA DO PARALELOGRAMO: Para somar dois vetores, usando-se esta regra, faz-se as seguintes operações:

- 1 - Transladamos os vetores a serem somados para um ponto comum, de modo que suas origens coincidam.
- 2 - Pela extremidade de cada vetor traça-se uma reta paralela ao outro, de forma que se obtenha um paralelogramo.
- 3 - O vetor soma corresponde a diagonal desse paralelogramo, com origem coincidente com a origem dos dois vetores.

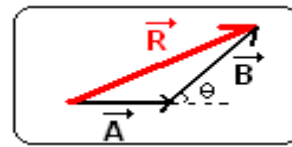
SUBTRAÇÃO DE VETORES

Para efetuarmos a diferença de vetores, basta transformar a diferença em uma soma através do uso de um vetor oposto ao vetor que queremos subtrair.

$$R = A - B = A + (-B)$$

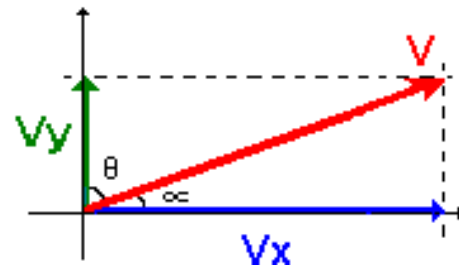
PRODUTO DE UM VETOR POR UM ESCALAR

$R = K \cdot V$ onde $k \in \mathbb{R}$, se $k > 0$ o sentido do vetor não muda, se $k < 0$ o sentido será invertido.



PROJEÇÃO CARTESIANA DE UM VETOR

Qualquer vetor pode ser decomposto em suas componentes cartesianas



$$V = V_x i + V_y j \quad V_x = V \cos \alpha \quad e \quad V_y = V \sin \alpha$$

ou $V_x = V \sin \theta \quad e \quad V_y = V \cos \theta$

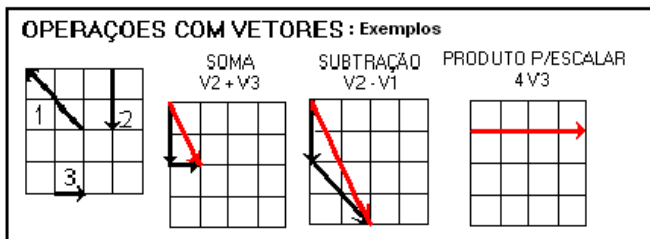
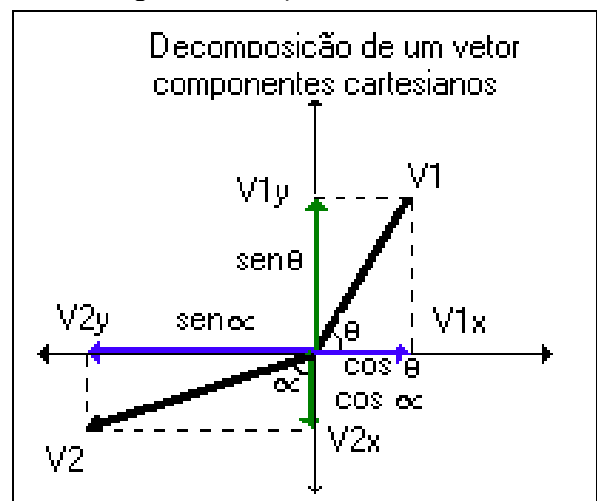
VETOR SOMA PELO MÉTODO DAS PROJEÇÕES CARTESIANAS

1. Decompomos todos os vetores em suas componentes em "X" e "Y" (V_x e V_y)
2. Somamos todas componentes em "x" ($\sum V_x$).
3. Somamos todas componentes em "y" ($\sum V_y$).
4. Calculamos o módulo da resultante usando o teorema de Pitágoras

$$V^2 = (\sum V_x)^2 + (\sum V_y)^2$$

5. Achamos o ângulo que o vetor resultante faz com o eixo dos "x".

$$\text{tg } \theta = \sum V_y / \sum V_x$$



MÓDULO DO VETOR SOMA PARA DOIS VETORES

1º. CASO. Dois vetores perpendiculares (ortogonais);

$$R = (A^2 + B^2)^{1/2}$$

2º CASO. Os dois vetores fazem um ângulo θ qualquer entre eles.

$$R^2 = A^2 + B^2 + 2 A B \cos \theta$$

NOTAÇÃO CIENTÍFICA

Uma representação compacta e prática de números muito grandes ou muito pequenos.

NOTAÇÃO CIENTÍFICA – A notação científica consiste em escrever um número através de um produto da forma

$N \cdot 10^n$, onde **N** é um número com um só algarismo (diferente de zero) situado à esquerda da vírgula e “**n**” é um número inteiro (positivo ou negativo).

Vejam os dois exemplos para ilustrar:

Diâmetro do próton - 0,000.000.000.000.001 m
= $1,0 \cdot 10^{-15}$ m

Distância da Terra ao Sol – 100.000.000.000 m
= $1,0 \cdot 10^{11}$ m

REGRA PRÁTICA

A- Para cada casa que se anda para esquerda soma-se mais um (+1) ao expoente.

B- Para cada casa que se anda para direita soma-se menos um (- 1) ao expoente.

Exemplo.

Passa para notação científica os números abaixo

- 1) $110 = 1,1 \cdot 10^2$
- 2) $0,000.1 = 1,0 \cdot 10^{-4}$ ou 10^{-4}
- 3) $32400 = 3,24 \cdot 10^4$
- 4) $0,012 = 1,2 \cdot 10^{-2}$

OPERAÇÕES EM NOTAÇÃO CIENTÍFICA - Operamos com números em notação científica da mesma forma que trabalhamos com potências.

EXEMPLOS.

1. $7,2 \cdot 10^{11} + 4,5 \cdot 10^{11} = 11,7 \cdot 10^{11} = 1,17 \cdot 10^{12}$
2. $3,2 \cdot 10^5 - 2,0 \cdot 10^4 = 3,2 \cdot 10^5 - 0,20 \cdot 10^5 = 3,0 \cdot 10^5$
3. $4 \cdot 10^8 \times 3 \cdot 10^9 = 12 \cdot 10^{17} = 1,2 \cdot 10^{18}$
4. $3,5 \cdot 10^{-15} \times 4,0 \cdot 10^{17} = 14 \cdot 10^2 = 1,4 \cdot 10^3$
5. $22,0 \cdot 10^{14} / 4,0 \cdot 10^{12} = 5,5 \cdot 10^2$
6. $31,82 \cdot 10^{-9} / 8,6 \cdot 10^{-5} = 3,7 \cdot 10^{-4}$

ORDEM DE GRANDEZA

"A ORDEM DE GRANDEZA DE UM NÚMERO É A POTÊNCIA DE DEZ MAIS PRÓXIMA DESTES NÚMERO"

ORDEM DE GRANDEZA - A ordem de grandeza é uma forma de avaliação rápida, do intervalo de valores em que o resultado deverá ser esperado.

Para se determinar com facilidade a ordem de grandeza, deve-se escrever o número em notação científica (isto é, na forma de produto $N \cdot 10^n$) e verificar se N é maior ou menor que $(10)^{1/2}$.

- Se $N > (10)^{1/2}$, a ordem de grandeza do número é 10^{n+1} .
- Se $N < (10)^{1/2}$, a ordem de grandeza do número é 10^n .

Exemplo 1. Se formos medir a massa de um homem, é razoável esperarmos que a massa se encontre mais próximo de 100 (10^2) kg do que de 10 (10^1) kg ou 1000 (10^3) kg.

Exemplo 2 - De a ordem de grandeza das medidas abaixo.

- | | | |
|---|-------------------------------------|-------------------------------------|
| a. $2 \Rightarrow 10^0$ | b. $69 \Rightarrow 10^2$ | c. $0,3 \Rightarrow 10^{-1}$ |
| d. $0,7 \Rightarrow 10^0$ | | |
| e. $3 \times 10^{-4} \Rightarrow 10^{-4}$ | f. $4 \times 10^3 \Rightarrow 10^4$ | g. $8 \times 10^5 \Rightarrow 10^6$ |
| h. $9 \times 10^7 \Rightarrow 10^8$ | | |

Exemplo 3 - Qual a ordem de grandeza do número de segundos existentes em um século.

Solução: 1 hora = $60 \times 60 = 3600$ s

1 dia = $24 \times 3600 = 86.400 = 8,64 \times 10^4$ s

1 ano = $365 \times 8,64 \times 10^4 = 3,1436 \times 10^7$ s

1 século = $100 \times 3,1436 \times 10^7 = 10^9$ s

Obs. A razão do uso de $(10)^{1/2}$ para acrescentar ou não uma unidade ao expoente decorre do fato de se ter uma operação exponencial. O valor médio, que é diferente da média aritmética ao se passar de um expoente 10^0 para outro 10^1 , é $10^{1/2} = 3,162...$

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS

"O grau de precisão de uma medida".

"Quando $3,5 \neq 3,50$ "

INTRODUÇÃO. Nenhuma medida das grandezas físicas é isenta de erro, isto é, absolutamente precisa. A precisão de toda medida é limitada pela precisão de cada um dos instrumentos utilizados, que de per si não têm uma precisão absoluta. O que nos leva a concluir que: o valor numérico associado a medida de toda grandeza mensurável é sempre um valor aproximado, com maior ou menor precisão.

ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS - Um algarismo significativo, é um número que representa o resultado de uma medição, é um algarismo realmente associado ao processo de medição, e que tem pois um significado físico. O número de algarismos significativos que podemos obter depende do processo e do instrumento de medição.

Numa medida são significativos aqueles algarismos dos quais se tem certeza quanto a precisão mais o primeiro algarismo duvidoso.

O número de algarismos significativos não deve ser alterado quando fazemos uma mudança de unidade, por exemplo de km para metros. Nestes casos lançamos mão da notação científica, para não alterarmos o número de algarismos significativos.

ZEROS. Os zeros à esquerda do primeiro algarismo significativo não contam, uma vez que estes zeros servem apenas para situar a vírgula que separa a parte decimal da inteira.

Ex.1- Informe nos números abaixo:a) o número de algarismos significativos, b) o algarismo duvidoso.

- | | |
|-------------|-------------------|
| 1- 0,081 | R: 2 a.s. div = 1 |
| 2- 9.800 | R: 4 a.s. div = 0 |
| 3- 0,007.06 | R: 3 a.s. div = 6 |
| 4- 6,109 | R: 4 a.s. div = 9 |

ARREDONDAMENTO

O arredondamento do valor numérico de uma grandeza física consiste em desprezar um ou mais dos dígitos mais à direita.

REGRA. Examinamos o algarismo situado imediatamente à direita do último algarismo a ser conservado, ou seja, o primeiro algarismo da parte a ser eliminada. Se este algarismo for inferior a cinco (5), eliminamos o algarismo e todos subsequentes a ele. Se, entretanto, ele for igual ou superior a cinco (5), suprimimos este algarismo e todos os outros depois dele, e aumentamos de uma unidade o último algarismo conservado.

Ex.2- Arredonde os números abaixo de forma que fiquem com; a) 2 algarismos significativos. b) 3 a.s. c) 4 a.s.

- | | | | |
|-----------|-----------------------|---------|----------|
| 1) 3,1415 | R: a) 3,1 | b) 3,14 | c) 3,142 |
| 2) 100,46 | R: a) $1,0 \times 10$ | b) 100 | c) 100,5 |

Ex.3- Passe os números abaixo para notação científica.

Obs. Ao passarmos um número para notação científica não devemos mudar o número de algarismos significativos do mesmo.

- | | |
|-------------|--------------------------|
| a) 0,081 | => $8,1 \times 10^{-2}$ |
| b) 9.800 | => $9,800 \times 10^3$ |
| c) 0,007.06 | => $7,06 \times 10^{-3}$ |

d) $6,109 \Rightarrow 6,109 \times 10^0$

**OPERAÇÕES COM ALGARISMOS SIGNIFICATIVOS
ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO**

REGRA- Observar qual ou quais das parcelas possui o menor número de casas decimais. Esta parcela será mantida como está. As demais serão arredondadas de forma a conter o mesmo número de casas decimais.

Ex.4- Opere os números abaixo.

a) $3,1 + 3,15 = 3,1 + 3,2 = 6,3$

b) $7,29 - 4,712 = 7,29 - 4,71 = 2,58$

MULTIPLICAÇÃO E DIVISÃO

REGRA- Arredonda-se o resultado de sorte a possuir o número de algarismos significativos do fator mais pobre.

Ex.5- Opere os números abaixo.

a) $2,73 \times 4,2 = 11,466 \Rightarrow 11$

b) $6,52 : 2,417 = 2,6975... \Rightarrow 2,70$

TÓPICOS DE MATEMÁTICA

“Como pode a matemática, sendo produto do pensamento humano independentemente da experiência, se adaptar tão admiravelmente aos objetivos da realidade?” Albert Einstein

Aritmética

Números relativos: na soma e subtração dá-se o sinal da maior parcela. Na multiplicação e divisão dá-se o sinal de acordo com a regra: $(+)(-) = (-)$, $(-)(-) = (+)$, $(+)(+) = (+)$, $(-)(+) = (-)$

Frações ordinárias: só podemos somar ou subtrair frações de mesmo denominador.

Álgebra

Função linear (1º grau): $y = ax + b$

O gráfico da função linear é uma reta.

Função quadrática (2º grau) $y = ax^2 + bx + c$

O gráfico da função quadrática é uma parábola.

Fórmula de Baskara: $y = (-b \pm (b^2 - 4ac)^{1/2}) / 2a$

Vértice: $X_v = -b / 2a$ $Y_v = -\Delta / 4a$

Produtos notáveis:

P1. $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

P2. $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

P3. $(a + b) \cdot (a - b) = a^2 - b^2$

Potenciação e Radiciação

P1. $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

P2. $a^n / a^m = a^{n-m}$

P3. $a^{-m} = 1 / a^m$

P4. $a^0 = 1$

P5. $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

Logaritmos: $\text{Log}_a b = x \Leftrightarrow a^x = b$

Onde: $a > 0$, $b > 0$ e $a \neq 1$

Geometria

A soma dos ângulos interno de qualquer triângulo é igual a 180° .

Teorema de Pitágoras – O quadrado da hipotenusa é igual à soma dos quadrados dos catetos.

$a^2 = b^2 + c^2$

Figuras Planas

quadrado $A = L^2$

retângulo $A = a \cdot b$

Trapézio $A = \frac{(B+b) \cdot h}{2}$

Triângulo $A = \frac{B \cdot h}{2}$

Círculo $A = \pi R^2$

comprimento da circunferência $C = 2 \pi R$

SÓLIDOS

Esfera $\text{Área } A = 4 \pi R^2$
 $\text{Volume } V = \frac{4 \pi R^3}{3}$

cilindro $\text{Volume} = (\text{area da base}) \cdot \text{altura}$
 $V = \pi R^2 h$

$h = \text{altura}$

Trigonometria

Triângulo retângulo

cateto (c) β hipotenusa (a) α cateto (b)

$\text{sen } \alpha = \frac{\text{cateto oposto } \alpha}{\text{hipotenusa}}$

$\text{cos } \alpha = \frac{\text{cateto adjacente } \alpha}{\text{hipotenusa}}$

$\text{tg } \alpha = \frac{\text{cateto oposto } \alpha}{\text{cateto adjacente } \alpha}$

ângulo	sen	cos	Tg
0	0	1	0
30	1/2	$\sqrt{3}/2$	$\sqrt{3}/3$
45	$\sqrt{2}/2$	$\sqrt{2}/2$	1
60	$\sqrt{3}/2$	1/2	$\sqrt{3}$
90	1	0	$+\infty$
180	0	-1	0

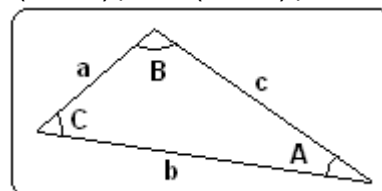
TRIÂNGULO QUALQUER

1) LEI DOS COSSENOS

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

2) LEI DOS SENOS

$(\text{sen } A) / a = (\text{sen } B) / b + (\text{sen } C) / c$



CONSTANTES FÍSICAS

QUANTIDADE	SÍMBOL	VALOR
	O	
Aceleração da gravidade	g	9,81 m/s ²
Constante da gravitação universal	G	6,67. 10 ⁻¹¹ N.m ² /kg ²
Equivalente mecânico do calor		4,19 J/cal
Constante universal dos gases	R	8,32 J/mol.K
Constante de Boltzmann	k	1,38. 10 ²³ J/K
Número de Avogadro	N	6,02. 10 ²³ partículas/ mol
Constante de Stefan_Boltzmann	σ	5,67. 10 ⁻⁸ J/ K ⁴ m ² s
Velocidade da luz no vácuo	c	3,00. 10 ⁸ m/s
Carga elementar (elétron)	e	-1,6. 10 ⁻¹⁹ C
Constante eletrostática (no vácuo)	K ₀	9.10 ⁹ N.m ² /C ²
Permissividade elétrica (no vácuo)	ε ₀	8,85. 10 ⁻¹² F/m
Permeabilidade magnética (no vácuo)	μ ₀	1,26. 10 ⁻⁶ H/m
Constante de Planck	h	6,63. 10 ⁻³⁴ J.s
Constante de Faraday	F	9,648. 10 ⁴ C/mol
Constante de Rydberg	R _∞	1,097. 10 ⁷ m ⁻¹
Massa de repouso do elétron	m _e	9,11. 10 ⁻³¹ kg
Massa de repouso do próton	m _p	1,67. 10 ⁻²⁷ kg
Ponto do gelo	T ₀	273,15 K
Temperatura do ponto triplice da água	T ₃	273,16 K
Velocidade do som no ar seco (CNTP)	V _{som}	331 m/s
Pressão atmosférica normal	P _{atm}	1,01. 10 ⁵ N/m ²
Raio médio da Terra	R _{terra}	6,37. 10 ⁶ m
Massa da Terra		5,98. 10 ²⁴ kg

Alfabeto Grego

Maiúsculas	Minúsculas	Pronúncias
A	α	alfa
B	β	beta
Γ	γ	gama
Δ	δ	delta
E	ε	épsilon
Z	ζ	dzeta
H	η	eta
Θ	θ	teta
I	ι	iota
K	κ	kapa
Λ	λ	lambda
M	μ	mu (mi)
N	ν	nu (ni)
Ξ	ξ	ksi
O	ο	ômicron
Π	π	pi
P	ρ	ro
Σ	σ	sigma
T	τ	tau
Υ	υ	úpsilon
Φ	φ	fi
X	χ	chi (qui)
Ψ	ψ	psi
Ω	ω	ômega

Sistema Internacional de Unidades

Grandeza	Símbolo da quantidade	Unidades Fundamentais	Símbolo Da Unidade
Comprimento	l	Metro	m
Massa	m	Quilograma	kg
Tempo	t	Segundo	s
Corrente Elétrica	i	Ampère	A
Temperatura	T	Grau Kelvin	K
Intensidade luminosa	l	candela	Cd

Prefixos do Sistema Métrico

Valor	Prefixo	Símbolo
10 ⁻¹⁸	atto	a
10 ⁻¹⁵	femto	f
10 ⁻¹²	pico	p
10 ⁻⁹	nano	n
10 ⁻⁶	micro	μ
10 ⁻³	mili	m
10 ⁻²	centi	c
10 ⁻¹	deci	d
10	deca	da
10 ²	hecto	h
10 ³	quilo	k
10 ⁶	mega	M
10 ⁹	giga	G
10 ¹²	tera	T
10 ¹⁵	peta	P
10 ¹⁸	exa	E