MOMENTO DE INÉRCIA (I). O momento de inércia para uma distribuição discreta de massas que estão girando em torno de uma dado eixo é dado por:

$$I = \Sigma\, m(i).(r(i))^2$$

onde r(i) é a distância perpendicular entre o elemento de massa m(i) e o eixo de rotação.

INTERPRETAÇÕES

1) Quanto maior o momento de inércia, mais difícil é alterar o estado de [rotação] do corpo/estrutura.

2) Quanto maior o momento de inércia, maior será a energia cinética do corpo/estrutura girando com uma dada velocidade [angular].

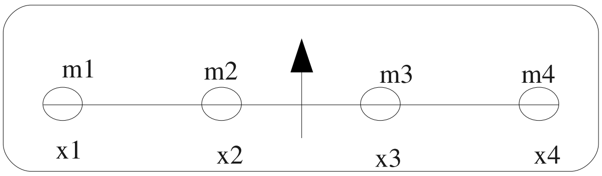
3) Quanto maior for o momento de inércia de um corpo/estrutura, mais [difícil] se torna fazer parar quando está girando. Por essa razão, algumas vezes, a grandeza I também é chamada de INÉRCIA ROTACIONAL.

IMPORTÂNCIA DO MOMENTO DE INÉRCIA NOS PROJETOS DE ENGENHARIA.

O momento de inércia é uma característica que está relacionada com a distribuição [geométrica] das massas, importantíssima no dimensionamento dos elementos de construção, pois fornece através de valores numéricos, uma noção de [resistência] da peça. Quanto maior for o momento de inércia da secção transversal de uma peça, [maior] será a resistência da peça.

EXERCÍCIOS

1) Calcule o momento de inércia da distribuição de massa da figura abaixo.



a) m1=1,0 kg, m2=4,0 kg, m3=4,0 kg e m4= 1,0 kg. x1=-5,0 m, x2=-2,0 m, x3=2,0 m e x4=5,0 m.

b) m1=4,0 kg, m2=1,0 kg, m3=1,0 kg e m4= 4,0 kg. x1=-5,0 m, x2=-2,0 m, x3=2,0 m e x4=5,0 m.

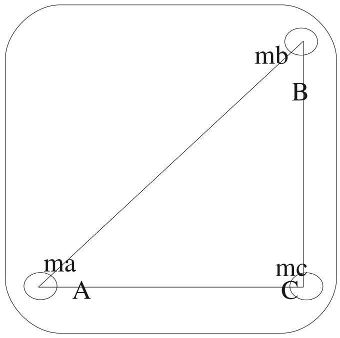
c) Compare os resultados dos itens a e b e comente os resultados.

d) m1=1,0 kg, m2=2,0 kg, m3=3,0 kg, m4= 4,0 kg. x1=-5,0 m, x2=-2,0 m, x3=2,0 m e x4=5,0 m.

e) O momento de inércia do sistema de está balanceado? Isto é, o momento de inércia a esquerda do eixo de giro é igual a dada direita?

f) Que massa deve ser acrescida a m1 para que o sistema d fique balanceado.

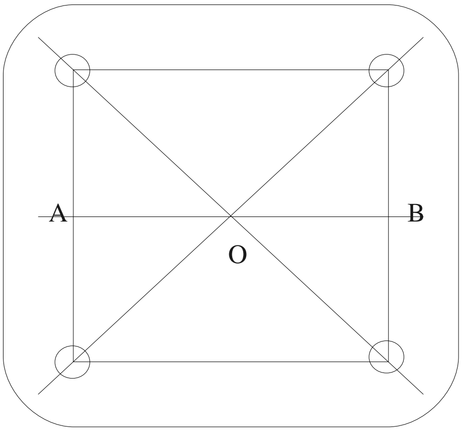
2) Calcule o momento de inércia nas seguintes condições.
Dados. ma= 0,3 kg, mb=0,10 kg e mc=0,20 kg
AB=0,5 m e BC=0,30 m.



a) Um eixo passando por “A” e ortogonal ao plano da figura.

b) Um eixo passando por BC.

3) Calcule o o que é pedido para estrutura abaixo.
Dados. m1=m2=m3=m4= 0,20 kg. comprimento da aresta do quadrado = 0,40 m.



a) O momento de inércia em relação a um eixo ortogonal ao quadrado e passando pelo seu centro.

b) O momento de inércia em relação a um eixo cortando ao meio dois lados opostos do quadrado(um eixo ao longo da linha AB)

c) O momento de inércia em relação a um eixo passando pelo centro da esfera superior esquerda e pelo centro da esfera inferior da direita.

4) FATOR DE ESCALA de I. Quando multiplicamos todas as dimensões de um objeto por um fator de escala f, sua massa e seu volume ficam multiplicados por f^3.

a) O momento de inércia ficará multiplicado por qual fator?

b) Sabendo que um modelo feito em escala 1/48 possui uma energia cinética rotacional de 25 J, qual será a energia cinética do objeto sem nenhuma redução de escala, feito com o mesmo material e girando com a mesma velocidade angular?

SOLUÇÃO – Momento de Inércia 1.

$\boxed{1}$ a) $I = m_1 x_1^2 + m_2 x_2^2 + m_3 x_3^2 + m_4 x_4^2$
$= 1.(-5)^2 + 4.(-2)^2 + 4.2^2 + 1.5^2 = 25 + 16 + 16 + 25 =$
$I = 82\ Kg\,m^2$

1.b) $I = 4(-5)^2 + 1.(-2)^2 + 1.2 + 4.5^2 = 100 + 4 + 4 + 100$
$I = 216\ Kg\,m^2$

c) $\frac{I_b}{I_a} = \frac{216}{82} = \frac{108}{41} = 2,63$

d) $I = 1,0 \times (-5,0)^2 + 2,0 \times (-2,0)^2 + 3,0 \times (2,0)^2 + 4,0(5,0)^2$
$= \underbrace{25 + 8,0}_{} + \underbrace{12 + 100}_{}$
$= 33 + 112 \quad = 145\ Kg\,m^2$

e) não, $I_{esquerda} = 33\ Kg\,m^2$
$I_{direita} = 112\ Kg.m^2$

f) $112 = m_1'(5,0)^2 + 2,0.(2,0)^2$
$112 = 25\,m_1' + 8,0$
$104 = 25\,m_1' \Rightarrow m_1' = 4,16\ Kg$
$R = 4,16 - 1,0 = 3,16\ Kg$

$\boxed{2}$ a) $I = 0,1 \times (0,5)^2 + 0,2\,(0,4)^2 = 0,057\ Kg\,m^2$

b) $I = m_A (AC)^2 = 0,3 \times (0,4)^2 = 0,048\ Kg\,m^2$

$\boxed{3}$ cálculo da diagonal do quadrado
$d^2 = 0,4^2 + 0,4^2 \Rightarrow d = 0,57\ m \Rightarrow \frac{d}{2} = 0,28\ m$

a) $I = [0,20 \times (0,28)^2] \times 4 = 0,06\ Kg\,m^2$

b) $I = [0,20 \times (0,20)^2] \times 4 = 0,03\ Kg\,m^2$

c) $I = [0,20 \times (0,28)^2] \times 2 = 0,03\ Kg\,m^2$

$\boxed{4}$ $I = m x^2$

a) $I' = m f^3 (f x)^2 = f^5 m x^2 = f^5 . I$

b) $I = \frac{I \omega^2}{2} = 25\ J$

$I = \frac{48^5 . I \omega^2}{2} = 48^5 \times 25 = 6.370.099.200$
$= 6,37 \times 10^9\ J$

.